UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2015-2016

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f\colon (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$, donde $\ln$ denota logaritmo neperiano.

a) [**1 punto**] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) [**1'5 puntos**] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] De la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = ae^x - bx$, donde $a,\, b \in \mathbb{R}$ se sabe que su gráfica tiene tangente horizontal en $x=0$ y que $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = e - \frac{3}{2}$. Halla los valores de a y b.

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

a) [**1'75 puntos**] Estudia, según los valores de λ, el rango de la matriz $A-\lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden tres.

b) [**0'75 puntos**] Resuelve el sistema dado por $(A-2I)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- Sea r la recta dada por $\begin{cases} x+z=1 \\ y=-1 \end{cases}$ y sea s la recta definida por $\begin{cases} x = 2+\lambda \\ y=2 \\ z = 2+2\lambda \end{cases}$

a) [**1'75 puntos**] Comprueba que las rectas r y s se cruzan y halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) [**0'75 puntos**] Calcula la distancia entre r y s.

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a, b, c sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto de abscisa $x = 1$ y un punto de inflexión en $(-1, 5)$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{3x(2m - x)}{m^3}$, con $m > 0$. Calcula el área del recinto encerrado por la gráfica de f y el eje OX.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{array}{rcl} x + (\lambda+1)y + z & = & 1 \\ \lambda y + z & = & 0 \\ \lambda y + \lambda z & = & \lambda \end{array}\right.$

a) **[1 punto]** Discútelo según los valores de λ.

b) **[0'75 puntos]** Resuélvelo para $\lambda = 0$.

c) **[0'75 puntos]** Determina, si existe, el valor de λ para el que hay una solución en la que $z = 2$. Calcula esa solución.

Ejercicio 4.- Considera un rectángulo de vértices consecutivos A, B, C y D siendo $A(1, 1, 0)$ y $B(2, 2, 1)$. Sabiendo que la recta r que contiene a los puntos C y D pasa por el origen de coordenadas se pide:

a) **[0'75 puntos]** Halla unas ecuaciones paramétricas de r.

b) **[1 punto]** Calcula el área del triángulo ABC.

c) **[0'75 puntos]** Determina las coordenadas del punto D.